

Sistemas de primer orden

Unidad de Apoyo para el Aprendizaje

Respuesta a una entrada tipo escalón unitario

Vamos a analizar el comportamiento de un sistema de primer orden cuando se ingresa como entrada una señal de tipo escalón unitario. Sabemos que la transformada de Laplace de la función escalón unitario es $1/s$, por lo tanto $x(s) = 1/s$:

$$\frac{y(s)}{x(s)} = \frac{1}{Ts + 1}$$

Tenemos que la salida del sistema está definida por

$$y(s) = \frac{1}{Ts + 1} \left(\frac{1}{s} \right) = \frac{1}{s(Ts + 1)} \quad (6)$$

LA ecuación 6, la podemos resolver por medio del método de fracciones parciales simples, lo que nos da la siguiente expresión:

$$y(s) = \frac{1}{s(Ts + 1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{(Ts + 1)} \quad (7)$$

Obteniendo los valores correspondientes a A y a B , tenemos:

$$A = \left| s \frac{1}{s(Ts + 1)} \right|_{s=0} = 1$$

$$B = \left| (Ts + 1) \frac{1}{s(Ts + 1)} \right|_{s=-\frac{1}{T}} = -T$$

Sustituyendo A y B en (7):

$$y(s) = \frac{1}{s} - \frac{T}{Ts + 1} \quad (8)$$

Sistemas de primer orden

Unidad de Apoyo para el Aprendizaje

Ya teniendo las fracciones definidas, podemos aplicar la transformada inversa de Laplace a (8):

$$y(t) = 1 - \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{T}{Ts + 1}\right\} \quad (9)$$

Normalizando la parte $\frac{T}{Ts+1}$, de (9), es decir dividiendo todo entre T , para dejar el elemento lineal s con un coeficiente igual a 1:

$$\frac{\frac{T}{T}}{\frac{Ts}{T} + \frac{1}{T}} = \frac{1}{s + \frac{1}{T}}$$

Tenemos

$$y(t) = 1 - \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s + \frac{1}{T}}\right\}$$

Lo cual, aplicando la \mathcal{L}^{-1} , da como resultado:

$$y(t) = 1 - e^{\frac{-t}{T}} \quad (10)$$

La ecuación (10), es la ecuación en función del tiempo que representa a nuestro sistema con una entrada tipo escalón, ahora bien, si suponemos que $t = T$, obtenemos que:

$$y(t) = 1 - e^{\frac{-t}{T}} = 1 - e^{-1} = 0.632$$

Tenemos que el valor $y(t) = 0.632$, es una constante que indica el momento en el que la respuesta alcanzó 63.2% de su cambio total.

Sistemas de primer orden

Unidad de Apoyo para el Aprendizaje

La respuesta en el tiempo del sistema de primer orden, la podemos observar en la figura 2. Vemos que en la salida existe un retraso para llegar al valor deseado, en este caso tarda un tiempo $3T$ para alcanzar el 95% del valor deseado.

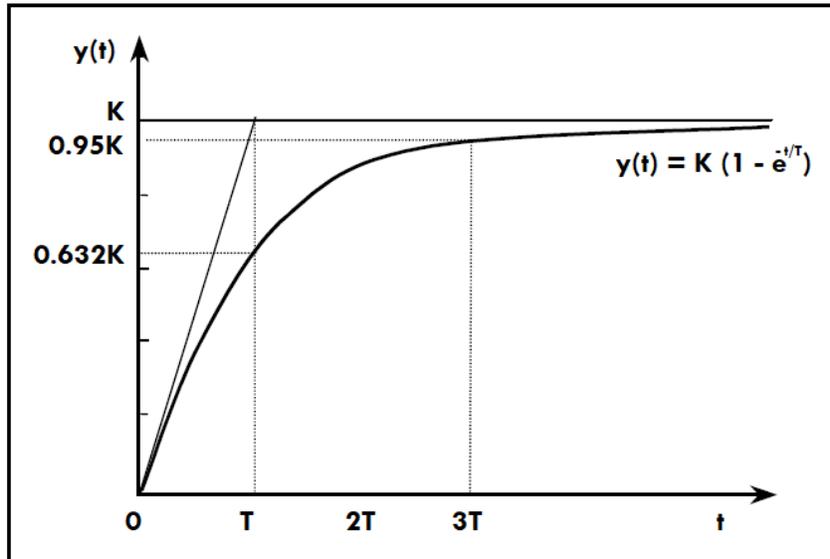


Figura 2. Curva de respuesta de un sistema de primer orden a una entrada escalón. [Elaboración propia].